

RAMON LLULL I GOTTOB FREGE SOBRE LA NATURA DE LA LÒGICA

Guilherme Wyllie - IBFCRL/ UFMT

Encara que Llull hagi criat l' Art amb el propòsit missionari de convertir els infidels, convencent-los de la superioritat del cristianisme, el fet de ser concebuda com un sistema semimecànic format per una anotació simbòlica i amb diagramas combinatoris, junt amb la creença de que la universalitat dels seus elements estructurals i operatoris permetria que servís de fonament per a totes les ciències va motivar desenvolupaments subsequents dels conceptes de *calculus ratiocinator* i de *characteristica universalis*, que tingueren un paper relevant en l' evolució de la lògica moderna al influenciar grans lògics com Gottob Frege.

La innegable importància de Frege en el domini de la lògica prové essencialment de que va criar la moderna lògica matemàtica. De fet, la publicació de la seva *Conceptografia, un Llenguatge Formular del Pensament Pur Modelat sobre la Aritmètica* va marcar l' adveniment de la lògica formal contemporània i només és comparable, en importància, al *Primers Analitics* d' Aristòtil, llibre amb el que s' inaugura la història de la lògica formal. De fet, l' activitat científica de Frege consisteix en haver descobert i elucidat les relacions més elementals, profundes i fonamentals que existeixen entre els conceptes i proposicions de la matemàtica. Frege, en primer lloc, va rotular aquestes relacions, un cop establertes, de "conceptogràfiques" i més tard de "lògiques". Des d'aquell moment, vam passar a considerar que la lògica consisteix en l' estudi ordenat i sistemàtic d'aquestes relacions elementals.

Amb només 26 anys, Frege va constatar que la imperfecció lògica del llenguatge constituïa un obstacle per el progrés de la matemàtica i va proposar un conjunt de instruments capaços de determinar i aclarir els elements últims que es troben a la base de l' aritmètica. Al 1879 va publicar la seva *Conceptografia (Begriffsschrift)*, on s'esforça per procedir exactament segons aquesta actitud, renovant el que Leibniz entenia per *calculus philosophicus et ratiocinator*. El seu punt de partida consistia en construir un llenguatge per fórmules, o sia, un sistema formal o un simbolisme, les nocions, sentències i regles bàsiques del qual estiguessin fixades amb exactitud i claredat, és a dir, modelades sobre l' aritmètica, i, basant-se en això, definir amb tota exactitud el que ve a ser una prova i fins i tot obtenir, sense cap buit o pressuposicions tàcites, proves per l' exclusiva utilització de les regles formals aplicades als axiomes. Frege és el inventor no tant sols del sistema formal, sinò també del càlcul proposicional i del càlcul dels predicats amb igualtat. La conceptografia és un instrument per a representar i executar proves matemàtiques. En aquest punt radica la diferència bàsica entre el sistema criat per Frege i la lògica algèbrica de Boole e Schröder, que mai tingueren la pretensió de formalitzar la noció matemàtica de prova. El seu sistema notacional discrepa dels altres per emprar aquell aspecte bidimensional de la pàgina, però rapidament, per raons de comoditat, va ser abandonat i substituït per el de Peano. No comença amb la noció de concepte, com es fa en la lògica tradicional, sinò per la de judici, i distingeix

judici (*Urteil*) de la simple combinació de representacions (*beurteilbar Inhalt*). Enumera quatre nocions primitives (negació, implicació, quantificació universal i igualtat), nou axiomes i les regles de la inferència, però no enuncia explícitament la regla de substitució. Aconsegueix així solucions de la més alta originalitat e importància, com per exemple rebutjar l' anàlisi del judici en subjecte i predicat, a favor de les nocions de funció i argument; associa el quantificador a la variable per expressar la generalitat; estableix la noció de seqüència per mitjans que són estrictament lògics; introdueix les nocions de ancestral d'una relació i de propietat hereditària en una seqüència; i així obté com teorema el principi de la inducció matemàtica que, en el seu temps era tingut com un principi bàsic, primitiu i fonamental de la matemàtica. Finalment, hi ha qui diu que Frege no es posà el tema de la consistència ni el de la completud de la seva teoria perquè pensava que la conceptografia no era una sistema formal.

Després de la publicació de la *Conceptografia*, Frege va escriure tres petits articles on va aclarir i va defensar les posicions assumides en el seu llibre. Quan va escriure l' article *Aplicacions de la Conceptografia*, el seu principal objectiu era 'donar alguns exemples de com es podien expressar, mitjançant la seva conceptografia, algunes relacions aritmètiques i geomètriques' que no es podien expressar en la lògica tradicional, d' orientació aristotèlica, ni en la lògica algebàrica, d' orientació booleana. Al 1883, Frege va escriure un altre treball, menys tècnic, *Sobre la justificació científica d' una Conceptografia*, on cridà l' atenció sobre els 'malentesos' i 'errors' que 's'originen de la imperfecció del llenguatge' ordinari. A fi de tornar possible l' exactitud i contornar les inevitables equivocacions que provenen dels llenguatges naturals, és necessari que siguin substituïts -en els contextes en que es fés necessari- per un llenguatge logicament perfecte, és a dir, per una conceptografia. I, finalment, aquell mateix any, va proferir la conferència *Sobre la finalitat de la Conceptografia*, la finalitat de la qual, com el mateix títol suggereix, és mostrar la finalitat o l' aplicabilitat de la conceptografia, i, polemizant amb E. Schröder, aclareix perquè el sistema de Boole no pot substituir el seu sistema conceptogràfic.

Encara que l' Art de Llull va influir en Frege, la seva lògica presenta algunes característiques diferents. Després de la seva conversió, va escriure moltes obres dedicades exclusivament als més variats i originals temes de la lògica. Entre les innovacions que es destaquen en els seus textos, és més perceptible una teoria de la inferència capaç de treballar amb diversos tipus d'arguments informals, i dos nous mètodes de prova, que són la 'demonstració per equiparació', que legitima l' ús d'arguments en el discurs teològic al garantir la veritat de les conclusions compromeses basant-se en la igualtat dels atributs divins, i la 'demonstració per hipòtesi', que consisteix en contraposar dues suposicions contradictòries i evidenciar les conseqüències impossibles implicades per una d' elles a fi d' assegurar la veritat de l' altre. Finalment, s'ha de mencionar la fal·làcia de la contradicció, que ocupa un lloc privilegiat en la lògica lul·liana perquè permet, per exemple, verificar la validesa dels arguments, la unificació de la teoria de les fal·làcies i la transformació dels arguments dialèctics en demostratius.

De certa manera, la demanda per instruments capaços de indentificar i rectificar les equivocacions comeses per els infidels i els filòsofs heterodoxos orientava el desenvolupament de la concepció lul·liana de la lògica.

Realment, al pensar que la finalitat de la lògica comporta l' establiment de criteris i de procediments per l' anàlisi, interpretació i avaluació d'arguments informals, Llull caracteritza aquesta disciplina com una teoria de la argumentació, cosa que l' allunya radicalment de la concepció fregeana de la lògica. Entre les evidències que corroboren la tesis de que la lògica lul·liana és sobretot una teoria de l' argumentació, destaquem la no-monotonicitat de la relació de conseqüència lògica definida per Llull i la primacia de la teoria de la fal·làcia en els escrits lògics de la seva autoria.

En el càlcul de predicats de primer ordre, el que avui anomenem lògica clàssica, si una fórmula φ prové d' un conjunt Γ de premisses, llavors és igualment possible inferir φ de qualsevol conjunt Δ de premisses, que tingui Γ com a subconjunt. Intuitivament, això significa que la relació de conseqüència lògica de que estem tractant és monotònica, perquè la simple presència de premisses addicionals no invalida un argument legítim. Per altra banda, les lògiques no-monotòniques no tenen aquesta propietat de la monotonicitat, i per això es revelen més pràctiques per tractar amb arguments informals. Realment, en contextos on aquests tipus d' arguments són emprats, trobem innombrables situacions en que la inclusió d' una nova premissa exigeix la revisió de la conclusió de l' argument corresponent. Per exemple, basant-se en el principi de presunció de innocència, qualsevol jutge té el deure de concloure que el reu és innocent, a no ser que el sorgiment d' una nova informació relevant exigeixi la revaluació de tal conclusió. De manera general, els escrits lògics de Llull estan replets de consideracions que garanteixen que la lògica lul·liana és diferent de la avui denominada lògica clàssica o càlcul de predicats de primer ordre, per no ser monotònica. A la quinta distinció de la *Logica Nova*, per exemple, Llull adopta el concepte tradicional segons el qual hi han quatorze formes vàlides de sil·logismes distribuïts en tres figures sil·logístiques. Efectivament, el simple acceix d' una premissa en determinat sil·logisme constituït per una de les formes vàlides adoptades per Llull seria suficient per invalidar-ho, cosa que evidencia que la relació de conseqüència lògica en qüestió no és monotònica.

Normalment, qualsevol teoria sobre l' argumentació concentra una gran part dels seus esforços en la recerca sistemàtica de les fal·làcies. Relativament a la lògica lul·liana, la constatació de l' existència de molts textos lul·lians sobre les fal·làcies revela l' interès especial de l' autor per l' estudi dels arguments fal·laciosos. Realment, en el *Comendium logicae Algazelis* de 1274, ja és possible comprovar alguna preocupació amb la teoria de les fal·làcies, ja que Llull dona una presentació sistemàtica de les fal·làcies descrites en les *Refutacions sofisticades* doncs no es contenta en parafrasejar la doctrina massa sintètica de Al-Ghazzali. En 1303, Llull dedica la última secció de la quinta distinció de la *Logica nova* a tractar les fal·làcies. En aquest text, estableix la noció general de fal·làcia i exposa les fal·làcies aristotèliques per, tot seguit, oferir una primera versió de la teoria de la fal·làcia de contradicció, que ocuparà un lloc de destaque en la seva lògica. Posteriorment, Llull reserva un capítol de la setèima part de l' *Ars generalis ultima* a l' examen de les fal·làcies i mostra com la seva *Art* pot ser emprada per identificar els errors característics de cada una d' elles. A la fi del 1308, escriu el *Liber de novis fallaciis*, que constitueix una investigació més detallada de la fal·làcia de contradicció. Al començament, Llull aclareix de quina manera la referida fal·làcia s' esdevé de les deu *questions* i dels nou

subjectes de l' Art. Després, els sofismes aristotèlics i els modus sil·logístics vàlids són respectivament assimilats i analisats mitjançant la novena fal·làcia. Finalment, organitza diverses preguntes, no sempre relacionades directament amb la fal·làcia de contradicció, però abans revela la manera segons la qual aquesta fal·làcia pot ésser utilitzada no tant sols per desqualificar alguns sil·logismes equivocats, sinó també per avaluar tant els sil·logismes que embolcallen els principis de l' Art, com determinades hipòtesis oriundes de la fe. Finalment, per volta de 1310, Llull escriu el *De fallaciis, quas non credunt facere aliqui, qui credunt esse philosophantes, contra purissimum actum Dei verissimum et perfectissimum*, que constitueix la seva última obra sistemàtica sobre les fal·làcies. Aquella temporada es trobava a París combatent l' averroïsme e, per aquest motiu, alguns temes relacionats amb la referida doctrina proliferen en els exemples emprats al llarg d' aquesta obra. No obstant, la gran importància de la teoria general de les fal·làcies en la lògica de Llull, és necessari ressaltar alguns aspectes rellevants de la fal·làcia lul·liana de contradicció. En principi, la fal·làcia de contradicció es caracteritza per concluir una suposta contradicció, que depèn de l' ambigüïtat d' una de les seves premisses. Tot i que Llull afirma que aquesta fal·làcia es distingeix de les altres, es comprova que segueix el padró tradicional segons el qual una fal·làcia és un x que sembla y , però que no és realment y . En aquest cas, a fi d' obtenir una descripció efectiva de la present fal·làcia en conformitat amb aquest padró, ens és necessari efectuar l' anàlisi promenoritzada dels tres aspectes fundamentals que la defineixen, és a dir, l' ontològic, el psicològic i el lògic.

L' aspecte ontològic d' una fal·làcia indica allò que realment és. De certa forma, les fal·làcies són vistes com arguments, encara que no totes siguin considerades així, si els arguments s' identifiquen amb seqüències de proposicions, una de les quals és la conclusió i les altres són les premisses. Segons Llull, tanmateix, la fal·làcia de contradicció no és només un argument, sinó que la tenim de qualificar d' argument deductiu, ja que existeix la pretensió de que la veritat de les seves premisses garanteixi la veritat de la conclusió. En la seva forma definitiva, l' argument que constitueix tal fal·làcia originalment es compón de dues premisses contradictòries, les dues sent proposicions categòriques que posseeixen el mateix subjecte i predicat i la primera expressa que tot allò que és subjecte no té res en comú amb allò que és predicat, mentre que la última expressa que hi ha quelcom compartit per allò que és subjecte i allò que és predicat. Igualment, la respectiva conclusió també conté el subjecte i el predicat de les premisses, encara que anuncia que quelcom simultaniament és i no és predicat del mateix subjecte. D' aquesta manera, l' argument en qüestió podria ser representat esquemàticament com

'Cap S és un P. Algún S és un P; doncs, algun S és un P i no és un P'

La forma proposicional del qual correspondria a:

α , $\neg\alpha$; logo, β .

L' aspecte psicològic de les fal·làcies és responsable per la capacitat que tenen de semblar que són el que efectivament no són. Pel que fa a la

fal·làcia de contradicció, s' observa que aquesta aptitud prové d' una ambigüetat que està present a la premissa inicial, l' anàlisi de la qual revelaria que la respectiva conclusió no seria contradictòria, cosa que procediria de l' ausència d' una contradicció genuïna entre les premisses. Realment, una fal·làcia de contradicció tal com

‘Cap ca és un lladre. Algun ca és lladre, doncs algun ca
és lladre i no és un lladre’

esdevindria de l' aparent contradicció provocada per l' ambigüitat de ‘Cap ca és lladre’ i seria aclarida a través d' una identificació prèvia de la causa d' aquesta ambigüitat que, en aquest cas, residiria en la equivocació ‘ca’, el significat del qual comprén tant el d' un animal com el de la constel·lació del ‘ca llebrers’, i de la subseqüent selecció d' una de les alternatives a fi d' allunyar la contradicció aparent de la conclusió. Per tant, és lícit afirmar que l' eliminació de la ambigüitat que estava present a la primera premissa d' un argument escomés per la nova fal·làcia de Llull, la forma aparent del qual és:

‘ α , no- α ; doncs, β ’

suprimeix la contradicció no solament de les premisses, sinò també de la conclusió, i revela un argument lliure de tal fal·làcia, la forma del qual és senzillament:

‘ α , β ; doncs α & β ’.

L' aspecte lògic d' una fal·làcia permet avaluar la seva validesa. Encara que les fal·làcies siguin tradicionalment descrites com arguments invàlids, Llull garanteix que la fal·làcia de contradicció és un argument vàlid que sembla invàlid. D' acord amb ell, ‘les altres fal·làcies indiquen ser vàlid allò que és invàlid, mentre que aquesta fal·làcia indica ser invàlid el que és vàlid’. Per consegüent, és evident que Llull no només confirma la validesa de ‘ α , β ; doncs α & β ’, que exprimeix la forma obtinguda mitjançant la supressió de l' ambigüitat present en l' argument originalment afectat per la fal·làcia de contradicció, com també sustenta la invalidesa de la forma aparent d' aquest argument, de manera que no és el cas que ‘ α , no- α ; doncs, β ’.

En resum, es pot dir que aquesta fal·làcia és caracteritzada per Llull com un argument que sembla invàlid, en la mesura que aparenta tenir la forma invàlida ‘ α , no- α ; doncs β ’, no obstant ésser efectivament vàlid, perquè embolcalla la forma vàlida ‘ α , β ; doncs α & β ’. En aquest context, és particularment relevant observar que al dir que ‘la fal·làcia de contradicció és així anomenada perquè sembla concluir una contradicció, però no la conclou’ i corroborar que ‘ β ’ no esdevé de ‘ α , no- α ’, Llull indica que la relació de conseqüència lògica en pauta no és explosiva, perquè no satisfà el principi *ex contradictione quodlibet*, segons el qual, qualsevol que sigui φ e ψ , ψ s' esdevé de ‘ φ , no- φ ’, i revela que la teoria de la fal·làcia de contradicció és paraconsistent, ja que la paraconsistència d' una teoria és evidenciada quan la respectiva lògica és paraconsistent i la lògica subjacent a la teoria en qüestió és paraconsistent, en la mesura que la relació de consistència que la defineix no es explosiva.